Министерство образования и науки РФ
Оренбургский государственный университет

Методические указания
к выполнению расчетно-графического задания
по курсу «Дискретная математика»
для студентов 2 ПОВТАС

Оренбург
2008

Расчетно – графическое задание (РГЗ) состоит из двух частей и включает в себя индивидуальный для студента набор заданий по темам «Теория множеств», «Булева алгебра».

При оформлении задания необходимо следовать нижеперечисленным требованиям:

1) Условие каждой задачи записывайте полностью.
2) Решение задач сопровождайте пояснениями.
3) Решенные задачи сдавайте в обложке, оформленной по образцу, приведенному на рис. 1. В таблицах на обратной стороне обложки указывайте вариант каждой части РГЗ, номера заданий в соответствующем варианте, даты сдачи РГЗ. При исправлении ошибок к новому решению прикладывайте решения с замечаниями преподавателя.

Часть 1 Вариант 1

Дата	1	2	3	4	5
	1.10	3.12	4.1	9	10.2

Часть 2 1.1

Дата	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Часть 3 Вариант 31

Дата	Модель 2				2.11	3.10
	1.1	ПНФ	1.20	ПНФ		

Рис. 1. Пример оформления обложки для расчетно-графического задания

Часть 1. ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Цель задания: ознакомление с основными понятиями теории множеств, приобретение практических навыков построения доказательств, работы с множествами, декартовыми произведениями, бинарными отношениями, специальными бинарными отношениями.

Срок сдачи задания: через 2 недели после заключительного практического занятия по теме «Теория множеств».

Защита РГЗ: осуществляется при написании контрольной работы: если студент правильно решил не менее 50 % задач по данной теме, то он защищает РГЗ автоматически, иначе защита проводится устно в форме теоретического собеседования в сроки, указанные преподавателем.

Содержание задания:

Задача 1. Для произвольных множеств доказать данное соотношение.

Задача 2. Для заданного бинарного отношения P найти область определения бинарного отношения δ_P, область значения бинарного отношения ρ_P, обратное отношение P^{-1}, композиции $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $P \circ P^{-1}$. Для найденных множеств привести доказательства.

Задача 3. Для любых бинарных отношений доказать заданные соотношения.

Задача 4. Доказать свойства специальных бинарных отношений.

Задача 5. Построить бинарное отношение, обладающее заданными свойствами, или доказать, что такого отношения не существует.

Выполнение задания

Примеры решения типовых заданий по первой части с необходимыми пояснениями подробно рассмотрены и приведены в учебном пособии [1]. Оформление решений по соответствующему варианту приводить в полном соответствии с рассмотренными задачами.

При составлении вариантов заданий был использован сборник задач [2].

Задачи

1. Доказать, что:

1) $A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$,

2) $A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$,

3) $A\setminus(A\setminus B)=A\cap B$,

4) $A\setminus B=A\setminus(A\cap B)$,

5) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)=(A\cap B)\setminus C$,

6) $(A\setminus B)\setminus C=(A\setminus C)\setminus(B\setminus C)$,

7) $A\cup B=A\cup(B\setminus A)$,

8) $(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})=A$,

9) $(A\cup B)\cap(A\cup\overline{B})=A$,

10) $(\overline{A}\cup B)\cap A=A\cap B$,

11) $(A\cup B)\setminus C=(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$,

12) $A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup(A\cap C)$,

13) $A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\setminus C$,

14) $A\cup B\subset C\Leftrightarrow A\subset C$ и $B\subset C$,
15) $A\subset B\cap C\Leftrightarrow A\subset B$ и $A\subset C$,
16) $A\subset B\cup C\Leftrightarrow A\cap \overline{B}\subset C$,
17) $A\subset B\Rightarrow C\backslash B\subset C\backslash A$,
18) $A\subset B\Rightarrow \overline{B}\subset \overline{A}$,
19) $A\cup B=A\cap B\Rightarrow A=B$,
20) $A=\overline{B}\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$ и $A\cup B=\mathbf{U}$,
21) $A\div (B\div C)=(A\div B)\div C$,
22) $A\div (A\div B)=B$,
23) $A\cup B=A\div B\div (A\cap B)$,
24) $A\cup B=(A\div B)\cup (A\cap B)$,
25) $A\backslash B=A\div (A\cap B)$,
26) $A\div B=\varnothing\Leftrightarrow A=B$,
27) $A\cap B=\varnothing\Rightarrow A\cup B=A\div B$,
28) $A\cup (B\cap C)=(A\cup B)\cap (A\cup\ )$,
29) $(A\cup B)\cap A=(A\cap B)\cup A=A$,
30) $A\cap (B\backslash A)=\varnothing$,
31) $(A\cap B)\cup (C\cap D)=(A\cup C)\cap (B\cup C)\cap (A\cup D)\cap (B\cup D)$.

2. Доказать, что для произвольных A, B, C, D:
1) $(A\cup B)\times C=(A\times C)\cup (B\times C)$,
2) $(A\backslash B)\times C=(A\times C)\backslash(B\times C)$,
3) $A\times (B\backslash C)=(A\times B)\backslash(A\times C)$,
4) $(A\cap B)\times (C\cap D)=(A\times C)\cap (B\times D)$,
5) $A\times B=(A\times D)\cap (C\times B)$, где $A\subset C$ и $B\subset D$.

3. Найти δ_P, ρ_P, P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $P\circ P^{-1}$ для отношений:

1) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{N}$ и x делит $y\}$,
2) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x+y\leq 0\}$,
3) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x+y>0\}$,
4) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x+y>2\}$,
5) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $3x\geq 5y\}$,
6) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $3x<5y\}$,
7) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $2x>3y\}$,
8) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $2x\leq 3y\}$,
9) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x\leq y\}$,
10) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x>y\}$,
11) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $xy\leq -5\}$,
12) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $xy>-5\}$,
13) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $xy\leq 20\}$,
14) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x^2<y\}$,
15) $P=\{(x,y)|x,y\in [-\pi/2, \pi/2]$ и $y\geq \sin x\}$
16) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $xy<-5\}$,
17) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x<5y+2\}$,
18) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x>5y+2\}$,
19) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x\leq 5y+2\}$,
20) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x\geq 5y+2\}$,
21) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x^2>y+2\}$,
22) $P=\{(x,y)|x,y\in \mathbf{R}$ и $x^3>y^2\}$,

4. Для бинарных отношений P_1, P_2 и Q доказать, что если $P_1 \subseteq P_2$, то
1) $Q\circ P_1 \subseteq Q\circ P_2$,
2) $P_1\circ Q \subseteq P_2\circ Q$,
3) $P_1^{-1} \subseteq P_2^{-1}$.

a. Доказать, что для любых бинарных отношений:

2) $\left(P_1\cap P_2\right)^{-1}=P_1^{-1}\cap P_2^{-1}$,
3) $\overline{P^{-1}}=\left(\overline{P}\right)^{-1}$,
4) $P_1\circ\left(P_2\circ P_3\right)=\left(P_1\circ P_2\right)\circ P_3$,
5) $\left(P_1\circ P_2\right)^{-1}=P_2^{-1}\circ P_1^{-1}$.

5. Доказать, что если отношения P и S рефлексивны, то рефлексивны и отношения: $P \cup S$, P^{-1}, $P \circ S$.

a. Доказать, что если отношения P и S иррефлексивны, то иррефлексивны и отношения: $P \cup S$, $P \cap S$, P^{-1}.

b. Доказать, что если отношения P и S симметричны, то симметричны и отношения: $P \cup S$, $P \cap S$, P^{-1}, $P \circ P^{-1}$.

c. Доказать, что если отношения P и S антисимметричны, то антисимметричны и отношения: $P \cap S$, P^{-1}.

d. Постройте бинарное отношение, обладающее следующими свойствами, или докажите, что такого не существует:

№	Свойства				
	рефлекс-ивность	иррефлек–сивность	симметрич-ность	антисим-метричность	транзитив-ность
1	+	–	–	–	–
2	–	+	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	+	–	–	–	+
5	–	+	–	–	+
6	–	–	–	–	+
7	+	–	+	–	–
8	–	+	+	–	–
9	–	–	+	–	–
10	+	–	+	–	+
11	–	+	+	–	+
12	–	–	+	–	+
13	+	–	–	+	–
14	–	+	–	+	–
15	–	–	–	+	–
16	+	–	–	+	+
17	–	+	–	+	+
18	–	–	–	+	+
19	+	–	+	+	–
20	–	+	+	+	–
21	–	–	+	+	–
22	+	–	+	+	+
23	–	+	+	+	+
24	–	–	+	+	+

Например, в первом варианте требуется построить рефлексивное, но не иррефлексивное, не симметричное, не антисимметричное, не транзитивное бинарное отношение.

Варианты заданий части 1 расчетно-графической работы
по теме «Теория множеств»

Вариант	1	2	3	4	5
1	1.1	3.2	4.1	6	10.2
2	1.2	3.3	4.2	7	10.3
3	1.4	3.4	4.3	9	10.7
4	1.7	3.5	5.1	6	10.8
5	1.8	3.8	5.2	7	10.9
6	1.9	3.9	5.3	9	10.12
7	1.10	3.12	5.4	6	10.22
8	1.11	3.13	4.1	7	10.24
9	1.14	3.19	4.2	9	10.2
10	1.15	3.20	4.3	6	10.3
11	1.16	3.2	5.1	7	10.7
12	1.17	3.3	5.2	9	10.8
13	1.18	3.4	5.3	6	10.9
14	1.19	3.5	5.4	7	10.12
15	1.22	3.8	4.1	9	10.22
16	1.24	3.9	4.2	6	10.24
17	1.25	3.12	4.3	7	10.2
18	1.26	3.13	5.1	9	10.3
19	1.28	3.19	5.2	6	10.7
20	1.29	3.20	5.3	7	10.8
21	1.30	3.2	5.4	9	10.9
22	2.1	3.3	4.1	6	10.12
23	2.2	3.4	4.2	7	10.22
24	2.3	3.5	4.3	9	10.24
25	2.4	3.8	5.1	6	10.2

Вариант	1	2	3	4	5
40	1.3	3.6	5.2	7	10.1
41	1.5	3.7	5.3	6	10.4
42	1.6	3.10	5.4	7	10.13
43	1.12	3.17	4.1	9	10.14
44	1.13	3.18	4.2	6	10.17
45	1.3	3.6	4.3	7	10.1
46	1.5	3.7	5.1	9	10.4
47	1.6	3.10	5.2	6	10.13
48	1.12	3.17	5.3	7	10.14
49	1.13	3.18	5.4	9	10.17

Вариант	1	2	3	4	5
51	1.20	3.14	5.1	10.5	10.6
52	1.21	3.16	5.2	10.11	10.15
53	1.23	3.21	5.3	10.23	10.16
54	1.27	3.22	5.4	10.5	10.18

Часть 2. БУЛЕВА АЛГЕБРА

Цель задания: ознакомление с основными понятиями теории переключательных функций и булевой алгебры, приобретение практических навыков приведения переключательных функций к дизъюнктивной нормальной форме, построения минимальных форм различными методами (аналитическими, графическими), определения полноты систем переключательных функций.

Срок сдачи задания: на следующем практическом занятии после завершения темы «Булева алгебра».

Защита РГЗ: осуществляется при написании контрольной работы: если студент правильно решил не менее 50 % задач по данной теме, то он защищает РГЗ автоматически, иначе защита проводится устно в форме теоретического собеседования в сроки, указанные преподавателем.

Содержание задания:

Для заданной переключательной функции $f(x, y, z, p)$ четырех переменных:

1) построить таблицу истинности;

2) построить изображение на кубе;

3) найти СДНФ и СКНФ;

4) путем преобразований получить тупиковую ДНФ;

5) найти все минимальные формы методом Квайна и построить для них таблицу истинности;

6) найти все минимальные формы методом Блейка, выбрав в качестве исходной любую ДНФ этой функции, отличную от СДНФ;

7) найти минимальную форму методом карт Карнафа;

8) определить принадлежность классам Поста;

9) построить функционально полную систему функций так, чтобы эта система была базисом и содержала $f(x, y, z, p)$;

10) построить контактно-релейную схему.

Выполнение задания

Пример решения типового задания по второй части с необходимыми пояснениями подробно рассмотрен и приведен в учебном пособии [1]. Оформление решений по соответствующему варианту приводить в полном соответствии с рассмотренными в учебном пособии задачами.

Варианты заданий части 2 расчетно-графической работы по теме «Булева алгебра»

1) $f(x, y, z, p) =$ [illegible] $y \quad x \quad p \quad z \quad x \quad y \quad z$,

2) $f(x,y,z,p)=x \quad z \quad p/y \quad \bar{z} \quad x$,

3) $f(x,y,z,p)= z \quad y \quad p \quad \bar{x} \quad y \quad z$,

4) $f(x,y,z,p)=\bar{p} \quad x \quad z \quad p \quad y/\bar{y} \quad z$,

5) $f(x,y,z,p)= x \quad \bar{z} \quad p/z \quad y \quad x$,

6) $f(x,y,z,p)= z \quad x/y \quad \bar{z} \quad x \quad z$,

7) $f(x,y,z,p)= z \quad p \quad x \quad z/y \quad \bar{p}$,

8) $f(x,y,z,p)= x \quad z \quad p \quad y/\bar{p} \quad z$,

9) $f(x,y,z,p)=\bar{y} \quad p \quad z \quad y/z \quad x$,

10) $f(x,y,z,p)= x \quad y \quad \bar{z} \quad p \quad y \quad z$,

11) $f(x,y,z,p)=\bar{y} \quad z \quad x \quad p \quad y \quad z/\bar{x}$,

12) $f(x,y,z,p)= y \quad x \quad z \quad p \quad z \quad p$,

13) $f(x,y,z,p)= z \quad \bar{p} \quad x/y \quad z \quad p \quad z$,

14) $f(x,y,z,p)= x \quad p \quad \bar{z} \quad y \quad z \quad x$,

15) $f(x,y,z,p)= \bar{x} \quad y/z \quad p \quad x \quad y$

16) $f(x,y,z,p)= \overline{\left(y \quad p \quad (x \quad y \quad z)\right)} \quad x \quad p$,

17) $f(x,y,z,p)= p \quad x \quad y \quad x/z \quad \bar{y} \quad p$,

18) $f(x,y,z,p)= x \quad p \quad x \quad \bar{z} \quad p \quad y$,

19) $f(x,y,z,p)= \bar{p} \quad x \quad y \quad z \quad p/x \quad z$,

20) $f(x,y,z,p)= \bar{y} \quad \bar{p} \quad z \quad x \quad z \quad x$,

21) $f(x,y,z,p)= x \quad z \quad p \quad y/z \quad x \quad p$,

22) $f(x,y,z,p)= \overline{(y \quad x \quad z)} \quad p/x \quad z \quad y \quad x$,

23) $f(x,y,z,p)=x \quad y \quad z \quad x \quad \overline{(y \quad z)} \quad y \quad p/x$,

24) $f(x,y,z,p)= x \quad y \quad z \quad \bar{x} \quad p$,

25) $f(x,y,z,p)= \bar{p} \quad y \quad x \quad y \quad z/x$,

26) $f(x,y,z,p)= \bar{y} \quad z \quad x \quad y \quad \bar{z} \quad p$,

27) $f(x,y,z,p)= x \quad p \quad y/z \quad x \quad y$,

28) $f(x,y,z,p)= z \quad p \quad x \quad y/x \quad \bar{z} \quad y$,

29) $f(x,y,z,p)= p \quad y \quad x \quad z \quad \bar{y} \quad p$,

30) $f(x,y,z,p)= z \quad x \quad y \quad z \quad p \quad p \quad y$,

31) $f(x,y,z,p)= y \quad x/z \quad y \quad z$,

32) $f(x,y,z,p)= x/y \quad z \quad p \quad z \quad \bar{x}$,

33) $f(x,y,z,p)= \bar{p}/y \quad z \quad y \quad z \quad p \quad x$,

34) $f(x,y,z,p)= \bar{p} \quad z/y \quad x/z \quad p \quad y \quad x$.